

MTH 337 : Équations Différentielles

TD1

Exercice 1 : Vérifier que la fonction $y = Ce^x$ est la solution générale de l'équation $y' - y = 0$ et trouver une solution particulière satisfaisant à la condition $y(1) = -1$.

Du point de vue géométrique, que définissent les solutions générale et particulière ?

Exercice 2 : Résoudre les équations suivantes

1. $y' \sin x = y \ln y, \quad y(\frac{\pi}{2}) = e$
2. $x^3 \sin y \, y' = 2, \quad y \rightarrow \frac{\pi}{2} \text{ pour } x \rightarrow \infty$
3. $xy' = \sqrt{x^2 - y^2} + y, \quad 2x^2y' = x^2 + y^2$

Exercice 3 : Admettons que la vitesse de dissolution isotherme (à température constante) d'un corps solide dans un liquide soit proportionnelle à la quantité de cette substance pouvant encore se dissoudre dans le liquide jusqu'à la saturation de ce dernier (on suppose qu'entre le solvant et le soluté il n'y a pas de réaction chimique et que la solution est loin d'être saturée, sinon la vitesse de dissolution ne suit pas une loi linéaire). Déterminer la variation en fonction du temps de la quantité de la substance dissoute.

Exercice 4 : Dans une chambre dont la température est de $20^\circ C$, un corps s'est refroidi de $100^\circ C$ à $60^\circ C$ en 20 mn . Trouver la loi de refroidissement du corps. En combien de minutes sa température tombera-t-elle à $30^\circ C$? Toute élévation de température dans la chambre est négligée.

Exercice 5 : Résoudre les équations différentielles suivantes

- I-
1. $\sqrt{x^2 + 1}dx = xydy,$
 2. $(x^2 - 1)y' + 2xy^2 = 0, \quad y(0) = 1,$
 3. $x^2y' - \cos 2y = 1, \quad y(+\infty) = \frac{9\pi}{4}$

II-

1. $y' + y \tan x = \sec x;$

2. $(2e^y - x)y' = 1;$

3. $(\sin^2 y + x \cot y)y' = 1;$

4. $y' + y = xy^{\frac{1}{2}};$

5. $xy' + y = y^2 \ln x, \quad ydx - (3x + 1 + \ln y)dy = 0;$

6. $(x + \sin x + \sin y)dx + \cos ydy = 0$

III- Résoudre les équations de Clairaut et de Lagrange suivantes

1. $y = 2xy' + \ln y'$

2. $y = xy' + \frac{a}{2y'}$

3. $y = xy' - e^{y'}$