

**CORRIGE TYPE DE L'ÉPREUVE DE MATHS DE LA COMPOSITION RÉGIONALE DU SECOND SEMESTRE  
CLASSE : PREMIERE D**

**EXERCICE 1 (8pts)**

**Consigne 1**

Déterminons la vitesse pour une production journalière maximale

Étudions les variations de la fonction  $h$  sur  $[50; 120]$

$$\forall v \in [50; 120], h(v) = -v + 3000 - \frac{8100}{v}$$

$Dh = [50; 120]$ . La fonction  $h$  est dérivable sur  $Dh$  et  $h'(v) = \frac{-v^2 + 8100}{v^2}$

Le signe de  $h'(x)$  est :

$v$	50	90	120
$h'(v)$	+	0	-

Le tableau de  $h$  est :

$v$	50	90	120
$h'(v)$	+	0	-
$h(v)$	2788	2820	2812,5

D'après l'étude de  $h$ , pour une production maximale chaque jour, la machine doit tourner à la vitesse de 90 km/h. Le nombre d'exemplaires produits par jour à cette vitesse est : 2820

**Consigne 2**

Déterminer le prix de vente  $x$  pour réaliser un bénéfice maximal.

Établissons la corrélation linéaire entre  $x$  et  $y$

Droite de régression de  $y$  en  $x$  :  $(d): y = ax + b$  avec  $a = \frac{cov(x,y)}{V(x)}$  et  $b = \bar{y} - a\bar{x}$

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{60 + 80 + 100 + 120 + 140 + 160 + 180 + 200}{8} = 130$$

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{N} = \frac{952 + 805 + 630 + 522 + 510 + 324 + 205 + 84}{8} = 504$$

$$V(x) = \frac{\sum x_i^2}{N} - \bar{x}^2 = \frac{60^2 + 80^2 + 100^2 + 120^2 + 140^2 + 160^2 + 180^2 + 200^2}{8} - 130^2$$

$$V(x) = 2100$$

$$Cov(x, y) = \frac{\sum x_i y_i}{N} - \bar{x} \cdot \bar{y}$$

$$= \frac{60 \times 952 + 80 \times 805 + 100 \times 630 + 120 \times 522 + 140 \times 510 + 160 \times 324 + 180 \times 205 + 200 \times 84}{8}$$

$$- 130 \times 504$$

$$Cov(x, y) = -12507,5$$

$$a = \frac{-12507,5}{2100} = -5,96 \quad \text{et} \quad b = 504 + 5,96 \times 130 = 1278,8$$

Donc  $(d): y = -5,96x + 1278,8$

Exprimons le bénéfice  $z$  en milliers de francs en fonction de  $x$

28 millions = 28000 milliers et 25000 = 25 milliers

On a donc  $z(x) = xy - (28000 + 25y)$

$$z(x) = x(-5,96x + 1278,8) - 28000 - 25(-5,96x + 1278,8)$$

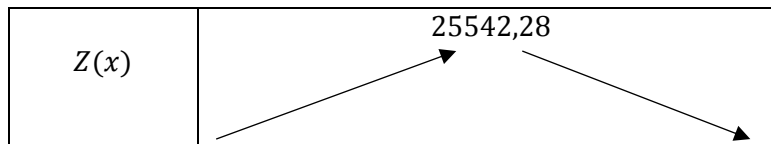
$$z(x) = -5,96x^2 + 1427,8x - 59970$$

Déterminons la valeur de  $x$  qui rend  $z$  maximale

Étudions les variations de  $z$

- $z$  est dérivable sur  $\mathbb{R}$  et  $z'(x) = -11,92x + 1427,8$
- $Z'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 119,78$

$x$	$-\infty$	119,78	$-\infty$
$Z'(x)$	+	0	-



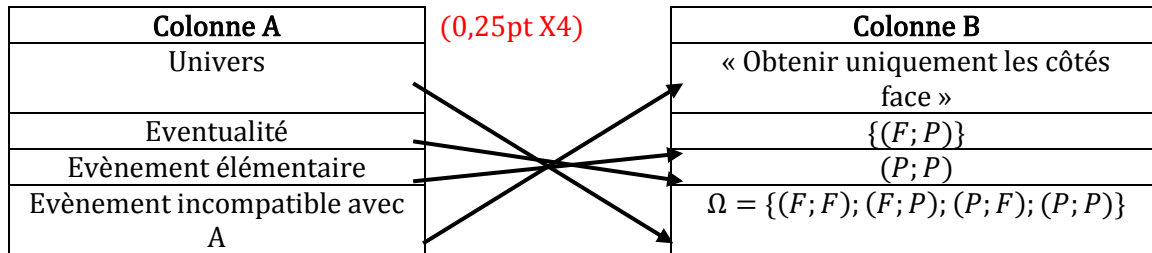
Le maximum de la fonction  $z$  est atteint pour  $x=119,78$  donc **pour réaliser un bénéfice maximal, la valeur de  $x$  sera : 119,78 c'est-à-dire que le prix du produit doit être fixé à 119780 F cfa.**

**EXERCICE 2 (6pts)**

A

1 (0,25pt)	2.1 (0,5pt)	2.2 (0,5pt)	3.1 (0,25pt)	3.2 (0,25pt)	3.3 (0,25pt)	4.1 (0,25pt)	4.2 (0,25pt)	4.3 (0,5pt)	5 (0,75pt)
c)	d)	a)	d)	d)	a)	b)	c)	b)	a)

B



**C (0,25pt X5)**

(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
(6; -3)	7	$\begin{cases} x = 7\cos\theta + 6 \\ y = 7\sin\theta - 3; \theta \in IR \end{cases}$	orthogonale	sécantes

**Exercice 3 (6pts)**

PARTIE A

Soit  $h$  une transformation du plan dans le plan qui à tout point  $M$  du plan associe le point  $M'$  tel que  $\overrightarrow{AM'} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AM} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$ ,  $A$  et  $B$  sont deux points du plan

1.a) Montrons que  $\overrightarrow{BM'} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BM}$  (0,25pt)

$$\overrightarrow{AM'} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AM} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM'} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AM} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{BM'} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AM} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{AB}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{BM'} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AM} + \frac{3}{2}\overrightarrow{BA} \quad (0,25pt)$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{BM'} = \frac{3}{2}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AM}) = \frac{3}{2}\overrightarrow{BM}$$

b) Nature :  $h$  est une homothétie (0,25pt)

Éléments caractéristiques : Centre :  $B$  ; rapport :  $\frac{3}{2}$  (au moins un élément juste (0,25pt))

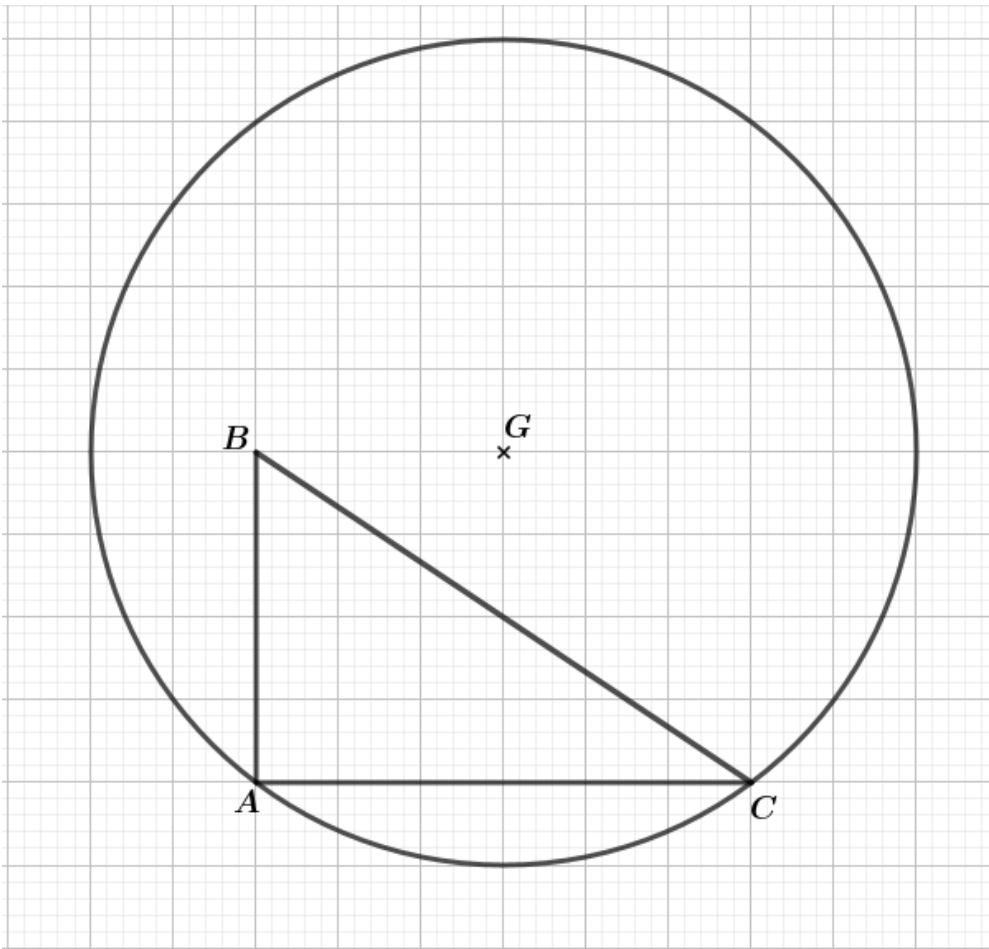
2a) (C) est l'ensemble des point  $M$  du plan tels que  $\|-\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = 10$

Détermination de (C) (0,25pt)

$-1 + 2 + 1 = 2$  et  $2 \neq 0$ , donc soit  $G = \text{bar}\{(A; -1); (B; 2); (C; 1)\}$

On a  $-\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{MG}$ , donc  $\|-\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = 10 \Leftrightarrow MG = 5$ ; d'où (C) est le cercle de centre  $G$  et de rayon 5 tel que  $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ . (0,25pt) (0,25pt)

Construction de (C)



**G** (0,25pt)

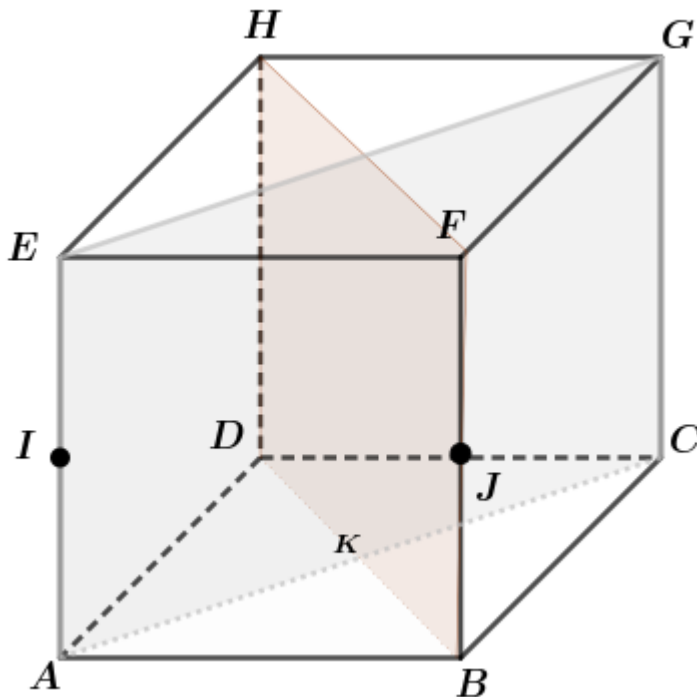
**(C)** (0,25pt)

2b)  $(C') = h((C))$ . Donc  $(C')$  est le cercle de centre  $G' = h(G)$  et de rayon  $\frac{3}{2} \times 5 = \frac{15}{2}$  (0,25pt)

On a :  $\overrightarrow{BG'} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BG}$ . (0,25pt)

PARTIE B

1. Figure : ABCDEFGH (0,25pt) I et J justes (0,25pt)



2. Démontrons que  $(ED)$  est orthogonale à  $(BG)$   
 $(ED) // (FC)$  car  $(ED)$  et  $(FC)$  appartiennent respectivement aux plans  $(ADH)$  et  $(BCG)$  qui sont parallèles

$(BG) \perp (FC)$  car elles sont les diagonales du carré BCGF.  
Comme  $(ED) // (FC)$  et  $(BG) \perp (FC)$ , donc  $(BG) \perp (ED)$

(0,25pt) (0,25pt)

3. Démontrons que la droite  $(IJ)$  est orthogonale au plan  $(ADE)$  (0,25pt)

D'une part  $(EF)$  est orthogonale aux droites  $(EA)$  et  $(EH)$  qui sont des droites sécantes du plan  $(ADE)$  donc  $(EH)$  est orthogonale au plan  $(ADE)$ . (0,25pt)

D'autre part  $(IJ)$  est parallèle à  $(EF)$  donc  $(IJ)$  est orthogonale au plan  $(ADE)$ .

(0,25pt)

4. Démontrer que les plans  $(EAC)$  et  $(HDB)$  sont perpendiculaires

$(EG) \perp (HF)$  car elles sont les diagonales du carré EFGH ; (0,25pt)

$(EG) \perp (EA)$  et  $(EA) // (BF)$  donc  $(EG) \perp (BF)$  ; (0,25pt)

$(EG)$  est orthogonale à deux droites sécantes du plan  $(HDB)$  donc  $(EG)$  est orthogonale au plan  $(HDB)$ . (0,25pt)

$(EG)$  est une droite du plan  $(EAC)$  et  $(EG)$  est orthogonale au plan  $(HDB)$  donc les plans  $(EAC)$  et  $(HDB)$  sont orthogonaux

5. Soit  $K$  le projeté orthogonal de  $A$  sur le plan  $(DBF)$  (0,25pt) (0,25pt)

La distance de  $A$  au plan  $(DBF)$  est  $AK$ . On a :  $AK = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}\sqrt{AD^2 + DC^2} = \frac{1}{2}a\sqrt{2}$

La distance de  $A$  au plan  $(DBF)$  est :  $\frac{1}{2}a\sqrt{2}$  (0,25pt)

### Grille de correction de l'exercice 1

#### CONSIGNE 1

Critères	Indicateurs	Niveaux de performance	Barèmes
Pertinence (1pt)	<b>Adéquation avec le support :</b> <i>données et contraintes identifiées</i> Utilise les données et contraintes suivantes : $[50; 120]$ ; $v \in [50 ; 120]$ ; $h(v) = -v + 3000 - \frac{8100}{v}$	Les données utiles sont sélectionnées et les contraintes identifiées ; La consigne est comprise ; Le résultat produit est juste au regard de la consigne.	1pt
	<b>Adéquation avec la consigne</b>	Les données utiles sont sélectionnées et les contraintes identifiées ; La consigne est comprise ; Le résultat produit comporte des insuffisances au regard de la consigne.	0,75pt
	<ul style="list-style-type: none"> <li>Déterminons la vitesse pour une production journalière maximale</li> <li>Déduis la production journalière maximale à cette vitesse</li> </ul>	Les données utiles sont sélectionnées et les contraintes identifiées ; La consigne est comprise ; Le résultat produit n'est pas juste au regard de la consigne.	0,5pt
	<b>Justesse de la réponse au regard de la consigne</b>	Seules les données sont sélectionnées et les contraintes identifiées.	0,25pt
	<ul style="list-style-type: none"> <li>Pour une production maximale chaque jour, la machine doit tourner à la vitesse de 90 km/h</li> <li>Le nombre d'exemplaires produits par jour à cette vitesse est : 2820</li> </ul>	Aucun indicateur n'est présent.	0
	<b>Adéquation des outils et concepts avec la situation</b>	Les outils/ concepts utilisés sont en adéquation avec la situation ; Les différentes étapes sont respectées dans l'utilisation des outils/ concepts ; Les résultats obtenus sont justes au regard des outils et concepts utilisés.	1pt
	<ul style="list-style-type: none"> <li>La formule de calcul de dérivée d'une fonction</li> <li>Signe d'une fonction</li> <li>Les opérations (addition, soustraction, multiplication et quotient)</li> <li>Maximum d'une fonction</li> </ul>	Certains outils/ concepts utilisés ne sont pas en adéquation avec la situation (un des outils convoqués n'est pas en adéquation) ;	0,75pt

Correction (1pt)	<p><i>Respect des étapes de l'utilisation des outils</i> - Respect des étapes de l'étude des variations d'une fonction</p> <p><i>Justesse des résultats au regard des outils et concepts utilisés</i> - Les calculs effectués sont justes au regard des outils utilisés</p>	<p>Les différentes étapes sont respectées dans l'utilisation des outils/ concepts ; Les résultats obtenus sont justes au regard des outils et concepts utilisés</p> <p>Les outils/ concepts utilisés ne sont pas en adéquation avec la situation ; Les différentes étapes sont respectées dans l'utilisation des outils/ concepts ; Les résultats obtenus sont justes au regard des outils et concepts utilisés.</p> <p>Les outils/ concepts utilisés ne sont pas en adéquation avec la situation ; Les différentes étapes ne sont pas respectées dans l'utilisation des outils/ concepts ;</p>	<p>0,5pt</p> <p>0,25pt</p> <p>0</p>
Cohérence (0,75pt)	<p><i>Bon enchaînement des étapes de la démarche</i> Les étapes sont bien enchaînées dans l'étude de la fonction h</p> <p><i>Conformité des résultats et de la conclusion à la démarche</i> Les résultats trouvés sont conformes à la démarche adoptée (conclusion tirée est conforme aux résultats trouvés)</p>	<p>-Une démarche est engagée et clairement identifiée -Les étapes de la démarche sont bien enchaînées -Les résultats et conclusions sont conformes à la démarche</p> <p>-Une démarche est engagée et clairement identifiée -Les étapes de la démarche ne sont pas très bien enchaînées -Les résultats et conclusions sont conformes à la démarche</p> <p>-Une démarche est engagée et clairement identifiée -Les étapes de la démarche ne sont pas très bien enchaînées -Les résultats et conclusions ne sont pas conformes à la démarche</p> <p>Aucun indicateur n'est présent</p>	<p>0,75pt</p> <p>0,5pt</p> <p>0,25pt</p> <p>0</p>
Perfectionnement (0,25pt)	La production est bien présentée	Rédaction des phrases introductives et réponses encadrées ou soulignées	0.25pt

Critères	Indicateurs	Niveaux de performance	Barèmes																		
Pertinence (2pt)	<p><b>Adéquation avec le support :</b> données et contraintes identifiées</p> <p><b>Utilisation des données et contraintes suivantes :</b></p> <table border="1"> <tr> <td><math>x_i</math></td> <td>60</td> <td>80</td> <td>100</td> <td>120</td> <td>140</td> <td>160</td> <td>180</td> <td>200</td> </tr> <tr> <td><math>y_i</math></td> <td>952</td> <td>805</td> <td>630</td> <td>522</td> <td>510</td> <td>324</td> <td>205</td> <td>84</td> </tr> </table> <p>28 millions, 25000 <math>x_i</math> est exprimé en milliers de francs CFA</p> <p><b>Adéquation avec la consigne</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Fais un ajustement linéaire par la méthode des moindres carrés</li> <li>- Détermine le bénéfice maximal</li> </ul> <p><b>Justesse de la réponse au regard de la consigne</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- (d): <math>y = -5,96x + 1278,8</math></li> <li>- Pour réaliser un bénéfice maximal, la valeur de x sera : 119,78 c'est-à-dire que le prix du produit doit être fixé à 119780 F CFA</li> </ul>	$x_i$	60	80	100	120	140	160	180	200	$y_i$	952	805	630	522	510	324	205	84	<p>Les données utiles sont sélectionnées et les contraintes identifiées ; La consigne est comprise ; Le résultat produit est juste au regard de la consigne.</p> <p>Les données utiles sont sélectionnées et les contraintes identifiées ; La consigne est comprise ; Le résultat produit comporte des insuffisances au regard de la consigne</p> <p>Les données utiles sont sélectionnées et les contraintes identifiées ; La consigne est comprise ; Le résultat produit n'est pas juste au regard de la consigne</p> <p>Seules les données sont sélectionnées et les contraintes identifiées.</p> <p>Aucun indicateur n'est présent.</p>	<p>2pt</p> <p>1,5pt</p> <p>1pt</p> <p>0,5pt</p> <p>0pt</p>
	$x_i$	60	80	100	120	140	160	180	200												
	$y_i$	952	805	630	522	510	324	205	84												
	Correction (1,5pt)	<p><b>Adéquation des outils et concepts avec la situation</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Formules de calculs des moyennes, variances, covariances</li> <li>- Formule de détermination de la droite de régression de y en x</li> <li>- Formule de calcul d'un bénéfice</li> <li>- La formule de calcul de dérivée d'une fonction</li> <li>- Signe d'une fonction</li> <li>- Les opérations (addition, soustraction, multiplication et quotient)</li> <li>- <b>Maximum d'une fonction</b></li> <li>-</li> </ul> <p><b>* Respect des étapes de l'utilisation des outils</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Respect des étapes de détermination de l'équation de la droite de régression de y en x</li> <li>- Respect des étapes du calcul du bénéfice</li> <li>- Respect des étapes de l'étude des variations d'une fonction</li> </ul>	<p>Les outils/ concepts utilisés sont en adéquation avec la situation ; Les différentes étapes sont respectées dans l'utilisation des outils/ concepts ; Les résultats obtenus sont justes au regard des outils et concepts utilisés.</p> <p>Certains outils/ concepts utilisés ne sont pas en adéquation avec la situation (un des outils convoqués n'est pas en adéquation) ; Les différentes étapes sont respectées dans</p>	<p>1,5pt</p> <p>1pt</p>																	

	<p><i>* Justesse des résultats au regard des outils et concepts utilisés</i></p> <p>Les calculs effectués sont justes au regard des outils utilisés</p>	<p>l'utilisation des outils/ concepts ; Les résultats obtenus sont justes au regard des outils et concepts utilisés</p> <p>Les outils/ concepts utilisés ne sont pas en adéquation avec la situation ; Les différentes étapes sont respectées dans l'utilisation des outils/ concepts ; Les résultats obtenus sont justes au regard des outils et concepts utilisés</p> <p>Les outils/ concepts utilisés ne sont pas en adéquation avec la situation ; Les différentes étapes ne sont pas respectées dans l'utilisation des outils/ concepts ;</p>	<p>0,5pt</p> <p>0pt</p>
<p>Cohérence (1pt)</p>	<p><i>Bon enchaînement des étapes de la démarche</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Les étapes sont bien enchaînées dans la détermination de l'équation de la droite de régression de y en x</li> <li>- Les étapes sont bien enchaînées dans l'étude des variations de la fonction donnant le bénéfice</li> </ul> <p><i>Conformité des résultats et de la conclusion à la démarche</i></p> <p>Les résultats trouvés sont conformes à la démarche adoptée (conclusion tirée est conforme aux résultats trouvés)</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-Une démarche est engagée et clairement identifiée</li> <li>-Les étapes de la démarche sont bien enchaînées</li> <li>-Les résultats et conclusions sont conformes à la démarche</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>-Une démarche est engagée et clairement identifiée</li> <li>-Les étapes de la démarche ne sont pas très bien enchaînées (réponses parachutées)</li> <li>-Les résultats et conclusions sont conformes à la démarche</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>-Une démarche est engagée et clairement identifiée</li> <li>-Les étapes de la démarche ne sont pas</li> </ul>	<p>1pt</p> <p>0,75pt</p> <p>0,50pt</p> <p>0pt</p>

		<p>très bien enchainées (réponses parachutées)</p> <p>-Les résultats et conclusions sont ne sont pas conformes à la démarche (les conclusions ne reflètent pas les calculs effectués dans la démarche)</p> <p>Aucun indicateur n'est présent</p>	
Perfectionnement (0,5pt)	La production est bien présentée	- Rédaction des phrases introductives	<b>0.25pt</b>
		- Réponses encadrées ou soulignées	<b>0.25pt</b>