DRE GRAND LOMÉ	COMPOSITION RÉGIONALE	DEUXIÈME SEMESTRE / MAI 2025
Classe : $1^{ere}D$	ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES	Coefficient : 3 / Durée : 04H

EXERCICE 1 (8 pts)

Une entreprise a mis au point un nouveau produit et cherche à en fixer le prix de vente. Une enquête est réalisée auprès des clients potentiels. Les résultats sont donnés dans le tableau suivant, où y_i représente le nombre d'exemplaires du produit que les clients sont disposés à acheter si le prix de vente exprimé en milliers de francs CFA est x_i :

x_i	60	80	100	120	140	160	180	200
y_i	952	805	630	522	510	324	205	84

Les frais de conception du produit se sont élevés à 28 millions de francs CFA ; le prix de fabrication de chaque exemplaire est de 25000 francs CFA.

La machine de production du nouveau produit tourne à une vitesse v exprimée en km/h. La production journalière en fonction de v , est modélisée par la fonction $h(v) = -v + 3000 - \frac{8100}{v}$ où $v \in [50; 120]$

Le chef de l'entreprise souhaite maximiser sa production journalière pour réaliser un bénéfice maximal.

Consigne 1 : Détermine la vitesse à laquelle la machine doit tourner pour une production journalière maximale, puis calculer le nombre d'exemplaires produits par cette machine à cette vitesse.

Consigne 2 : En utilisant un ajustement linéaire par la méthode des moindres carrés, détermine le prix de vente x pour réaliser un bénéfice maximal.

Grille de notation

Consigne 1	Pertinence 1pt	Correction 1pt	Cohérence 0,75pt	Perfectionnement 0,25pt
Consigne 2	Pertinence : 2pts	Correction 1,5pt	Cohérence 1pt	Perfectionnement 0,5pt

EXERCICE 2 (6pts)

A/ Choisis la bonne réponse parmi les réponses proposées

1. La fonction f définie sur $]1; +\infty[$ par $f(x) = \frac{x^2-2|x|}{|x|-1}$ est une fonction

a) paire b) impaire c) ni paire ni impaire d) aucune bonne réponse. **(0,25pt)**

2. (U_n) est la suite numérique définie par : $\begin{cases} U_0 = 4 \\ U_{n+1} = \frac{4U_n-9}{U_n-2} \end{cases}$ et (V_n) la suite définie par : $V_n = \frac{1}{U_n-3}$

2.1. La valeur du deuxième terme de la suite (V_n) est a) $\frac{10}{3}$; b) 2 ; c) $\frac{1}{2}$; d) aucune bonne réponse. **(0,5pt)**

2.2. (V_n) est : a) arithmétique ; b) géométrique ; c) ni arithmétique ni géométrique ; d) aucune bonne réponse. **(0,5pt)**

3. (w_n) est la suite numérique géométrique de raison $q = \frac{2}{3}$ et de premier terme $w_2 = 5$

3.1. L'expression de w_n en fonction de n est a) $5 \times \frac{2^{n-2}}{3}$; b) $5\left(\frac{2}{3}\right)^n$; c) $\frac{11}{3} + \frac{2}{3}n$; d) aucune bonne réponse. **(0,25pt)**

3.2. $S_n = w_2 + w_3 + \cdots w_n$ vaut a) $15\left[1-\left(\frac{2}{3}\right)^{n-2}\right]$ b) $5\left[1-\left(\frac{2}{3}\right)^{n-2}\right]$ c) $15\left[1-\left(\frac{2}{3}\right)^{n}\right]$ d) $15\left[1-\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}\right]$. **(0,25pt)**

3.3. La limite de la suite (w_n) est a) 0 ; b) 1 ; c) $+\infty$ d) aucune réponse. **(0,25pt)**

4. Dans une classe de 12 filles et 9 garçons, on veut former un comité de classe composé d'un major, d'un adjoint au major et d'un secrétaire.

AnyScanner

4.1. Le nombre de comités possibles est a) 7 b) 7980 c) 1330 d) 9261. **(0,25pt)**
4.2. Le nombre de comités composés des élèves de même sexe est a) 7 ; b) 304 ; c) 1824 d) 2457. **(025pt)**
4.3. La probabilité pour que le comité soit formé uniquement des filles est a) $\frac{4}{7}$ b) 0,165 c) 0,724 d) aucune bonne réponse. **(0,5pt)**
5. On considère l'inéquation $(I): x \in [0; 2\pi]: \sqrt{3}\cos(2x) - \sin(2x) + 1 < 0$. L'ensemble solution de (I) est a) $]\frac{\pi}{4};\frac{7\pi}{12}[\cup]\frac{5\pi}{4};\frac{19\pi}{12}[$; b) $]0;\frac{\pi}{4}[\cup]\frac{\pi}{4};\frac{7\pi}{12}[$; c) $]0;\frac{\pi}{4}[\cup]\frac{7\pi}{12};\frac{5\pi}{4}[\cup]\frac{19}{12};2\pi[$; d) aucune bonne réponse. **(0,75pt)**

B/ On lance deux fois de suite une pièce de monnaie parfaitement équilibrée et on note à chaque lancer le côté visible apparu. On désigne par P le côté pile et par F le côté face. On considère l'évènements A : « Obtenir au moins un côté pile ».
Relier par une flèche un élément de la colonne A à celui qui convient dans la colonne B. **(1pt)**

Colonne A
Univers
Eventualité
Evènement élémentaire
Evènement incompatible avec A

Colonne B
« Obtenir uniquement les côtés face »
$\{(F;P)\}$
$(P;P)$
$\Omega = \{(F;F);(F;P);(P;F);(P;P)\}$

C/ Ecrire le numéro suivi de l'expression manquante. (0,25pt x 5)
1. Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J). L'ensemble (Γ) des points $M(x\,;y)$ du plan tels que : $x^2 + y^2 - 12x + 6y - 4 = 0$ est le cercle de centre de coordonnées...(a)... et de rayon...(b).... Une représentation paramétrique de (Γ) est...(c)....
2. Une droite est orthogonale à un plan lorsque la droite est ...(d).... à deux droites ...(e)... de ce plan.

<u>EXERCICE 3</u> (6pts)
NB : Les parties A/ et B/ sont indépendantes.
Partie A (2,75 pts)
Soit h une transformation du plan dans le plan qui à tout point M du plan associe le point M' tel que $\overrightarrow{AM'} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AM} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$, A et B sont deux points du plan.
1. a) Montrer que $\overrightarrow{BM'} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BM}$. **(0,5 pt)**
b) En déduire la nature et les éléments caractéristiques de la transformation h. **(0,5 pt)**
2. On considère le triangle ABC rectangle en A tel que $AB = 4cm$ et $AC = 6cm$.
a) Déterminer et construire l'ensemble (C) des points M tels que $|| -\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|| = 10$. **(0,75pt+0,5pt)**
b) Déterminer l'ensemble (C') des points M' lorsque M décrit (C). **(0,5 pt)**

Partie B (3,25 pts)
Soit $ABCDEFGH$ un cube dont la mesure d'une arête est a. I et J les milieux respectifs des de $[BF]$ et $[AE]$.
1. Faire la figure. **(0,5pt)**
2. Démontrer que (ED) est orthogonale à (BG). **(0,5 pt)**
3. Démontrer que la droite (IJ) est orthogonale au plan (ADE). **(0,75 pt)**
4. Démontrer que les plans (EAC) et (HDB) sont perpendiculaires. **(0,75 pt)**
5. Calculer la distance de A au plan (DBF). **(0,75pt)**

AnyScanner