

UNIVERSITE DE LOME
FACULTE DES SCIENCES

ANNEE UNIVERSITAIRE
2019-2020

Phy 208 “Introduction à la Physique Quantique”
Problèmes sur les Chapitre 1 et 2

Problème I

Dans l'effet Compton, on note E_0 et p_0 l'énergie totale et la quantité de mouvement du photon incident, E_1 et p_1 l'énergie totale et la quantité de mouvement du photon diffusé, E_2 , T_2 et p_2 l'énergie totale, l'énergie cinétique et la quantité de mouvement de l'électron après le choc. On note θ et ϕ les angles de diffusion du photon et de l'électron, respectivement.

- (i) Sur un schéma, représenter les vecteurs quantité de mouvements $\vec{p}_0$, $\vec{p}_1$, $\vec{p}_2$ au cours de la collision Compton entre le photon et l'électron.
- (ii) En partant de la conservation de la quantité de mouvement et celle de l'énergie, montrer que

$$mc(p_0 - p_1) = p_0 p_1 (1 - \cos \theta) \quad (1)$$

avec m la masse de l'électron.

En déduire l'expression du décalage Compton $\Delta\lambda$ en fonction de λ_C la longueur de Compton et de $\sin^2(\theta/2)$ (0.5pt).

- (iii) Déduire de (1) l'expression de $\frac{p_0}{p_1}$ en fonction de p_0 , mc et $\cos \theta$.

En partant de cette relation, montrer que

$$\frac{T_2}{E_0} = \frac{\left(\frac{2h\nu_0}{mc^2}\right) \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}{1 + \left(\frac{2h\nu_0}{mc^2}\right) \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}$$

- (iv) Montrer que

$$\cot\left(\frac{\theta}{2}\right) = \left(1 + \frac{h\nu_0}{mc^2}\right) \tan(\phi)$$

avec ν_0 la fréquence des photons incidents.

Problème II

On considère la diffusion Compton d'un photon X de fréquence ν par un électron de masse m_0 .

- (i) En se plaçant dans le cadre de la mécanique classique et en écrivant les lois de conservation de la quantité de mouvement et de l'énergie pour le système (photon,

électron), montrer qu'en utilisant une approximation justifiée, on peut trouver la formule de Compton :

$$\lambda' = \lambda + \frac{2h}{m_0 c} \sin^2 \frac{\theta}{2}$$

λ et λ' étant les longueurs d'onde du photon incident et diffusé et θ l'angle de diffusion du photon.

- (ii) On se place maintenant dans le cadre de la mécanique relativiste qui est plus adaptée à l'étude de ce problème.
 - (a) Déterminer la formule de Compton et définir et évaluer la longueur d'onde Compton λ_C .
 - (b) Déterminer l'angle φ caractérisant la direction d'éjection de l'électron.
 - (c) Calculer l'énergie cinétique E_c de l'électron éjecté.
 - (d) Quelle est la longueur d'onde λ d'un photon qui donne par diffusion Compton $\theta = \pi/2$, un photon de longueur d'onde $\lambda' = 0,71 \text{ \AA}$.
Quel est l'angle d'éjection φ ?
Est-il nécessaire d'utiliser la mécanique relativiste pour étudier cette diffusion ?
- (iii) Quelle est la longueur d'onde λ d'un photon qui donne, par diffusion Compton $\theta = \pi/2$, un photon de longueur d'onde $\lambda' = 71 \text{ pm}$. Quel est l'angle d'éjection φ de l'électron et quelle est son énergie cinétique ? Est-il nécessaire d'utiliser la mécanique relativiste pour étudier cette diffusion ?

Problème III

On considère un modèle d'atome composé d'un noyau ponctuel de masse M , de charge positive Ze , autour duquel gravite un électron de masse m , de charge $-e$. On admet que le noyau N est fixe, tandis que l'électron décrit une orbite circulaire de centre N , de rayon R .

- a) Exprimer l'énergie totale E du système noyau-électron (dans le cadre de la mécanique classique) en fonction de Z , R et de la quantité e' définie par $e'^2 = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}$.
- b) Donner en fonction de la constante de Rydberg l'expression (obtenue expérimentalement) des fréquences de raies de la série de Balmer. Pour interpréter ce spectre, Bohr introduit la condition de quantification du moment cinétique de l'électron : $L \equiv L_n = n\hbar$ (n entier) avec $\hbar = h/2\pi$ (h étant la constante de Planck). Quels sont alors les rayons R_n des orbites possibles de l'électron ? Calculer alors la valeur a_0 du rayon de la 1ère orbite de l'atome d'hydrogène.
- c) En déduire les énergies E_n permises et retrouver ainsi la série de Balmer.
- d) Quelle correction faut-il apporter à l'énergie de l'atome si le noyau n'est plus fixe et que l'électron décrit une orbite circulaire dont le centre G est fixe, avec G le centre d'inertie du système noyau-électron.

- e) Quelles sont les énergies d'ionisation de l'atome d'hydrogène, de l'hélium ionisé $He^+(Z = 2)$ et du lithium ionisé $Li^{++}(Z = 3)$.

Problème IV

Le seuil photoélectrique d'une photocathode de césium est situé à une longueur d'onde $\lambda_0 = 0,60\mu m$. On dirige sur la photocathode un faisceau lumineux monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 0,50\mu m$ de flux lumineux constant $\Phi = 1Watt$.

- (i) Calculer
 - a) (dans le cadre de la mécanique classique) l'énergie cinétique maximale T des électrons émis ; et comparer leur vitesse à la célérité c de la lumière dans le vide. L'utilisation de la mécanique classique est-elle justifiée ?
 - b) la longueur d'onde associée à ces électrons en fonction de leur énergie propre et de leur énergie cinétique.
- (ii) A quel potentiel électrostatique faut-il soumettre ces électrons pour les amener à une énergie nulle ?
- (iii) Quel est le rendement quantique de la photocathode, sachant que le courant photoélectrique a une intensité $I = 16,3mA$. (On rappelle que le rendement quantique représente le pourcentage des photons efficaces, c'est à dire ceux qui réalisent l'extraction d'un électron).
- (iv) On dirige maintenant un faisceau parallèle de rayon X de longueur d'onde $\lambda = 0,1Amstrong$, sur la photocathode. Comparer la vitesse des photoélectrons émis, avec la célérité de la lumière dans le vide (Utiliser la mécanique relativiste).