
CHAPITRE 2

DUALITÉ ONDE-CORPUSCULE



Louis de Broglie



Max Born

2.1 Ondes de matières de Louis de Broglie

Il est bien établi, grâce aux expériences de diffraction et d'interférences que la lumière a une nature ondulatoire. En notation complexe, une onde monochromatique plane peut s'écrire :

$$\psi(\vec{r}, t) = Ae^{-i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}, \quad (2.1)$$

avec A l'amplitude de l'onde, ω la pulsation ($\omega = 2\pi\nu$ avec ν la fréquence), $\vec{k}$ le vecteur d'onde ($k = 2\pi/\lambda$ avec λ la longueur d'onde).

Des faits expérimentaux décrits au chapitre 1 tels que l'effet photoélectrique et l'effet Compton ne peuvent s'expliquer qu'en acceptant une nature corpusculaire de la lumière. La lumière est alors considérée comme un faisceau de particules, les photons d'énergie $E = h\nu$ et de quantité de mouvement $p = h\nu/c$.

La lumière présente donc une double nature :

- (i) une nature ondulatoire caractérisée par les grandeurs ondulatoires, pulsation temporelle ω (ou fréquence ν) et vecteur d'onde $\vec{k}$,

- (ii) et une nature corpusculaire décrite par les grandeurs corpusculaires, énergie $E = h\nu = \hbar\omega$ et quantité de mouvement $p = h\nu/c = \hbar k$, avec $\hbar = h/2\pi$.

En partant du fait que la nature est composée de rayonnement et de matières, et que le rayonnement présente une dualité onde-corpuscule, pourquoi la matière ne présenterait-elle pas la même dualité?

En 1924, **Louis de Broglie** a proposé d'étendre ce double aspect à toute particule matérielle¹. Il a donc proposé que les équations qui caractérisent la dualité onde-corpuscule des photons $E = h\nu$ et $p = \frac{h}{\lambda}$ décrivent également toute autre particule matérielle.

Enoncé de l'hypothèse de Louis de Broglie

A toute particule matérielle libre, de quantité de mouvement $\vec{p}$ et d'énergie E , on doit associer une onde monochromatique plane dont les caractéristiques, vecteur d'onde $\vec{k}$ et pulsation ω , sont reliées respectivement à $\vec{p}$ et E par les équations :

$$\vec{p} = \hbar \vec{k}, \quad E = \hbar \omega. \quad (2.2)$$

On appelle relation de Louis de Broglie, l'équation

$$\lambda = \frac{h}{p} \quad (2.3)$$

qu'on peut déduire de $\vec{p} = \hbar \vec{k}$ en introduisant la longueur d'onde $\lambda = 2\pi/||\vec{k}||$. L'onde associée à la particule est souvent désignée sous le nom d'onde de matière de de Broglie.

Pour déterminer si les ondes de matières sont observables², il faut en calculer la longueur d'onde.

Exemple 1 - Objet macroscopique Considérons une boule de pétanque de masse $m = 1\text{Kg}$ et ayant une vitesse $v = 10\text{m.s}^{-1}$. Alors

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = 6,6 \times 10^{-35}\text{m}.$$

Cette longueur d'onde est beaucoup trop petite pour être mesurable.

Exemple 2 - Objet microscopique Considérons un électron (masse $m = 9,1 \times 10^{-31}\text{kg}$) accéléré par une différence de potentielle de 100V . L'énergie cinétique fournie à l'électron est alors 100eV , on a :

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2mE_C}} = \frac{6,6 \times 10^{-34}}{\sqrt{2 \times 9,1 \times 10^{-31} \times 100 \times 1,6 \times 10^{-19}}} \simeq 1,2 \cdot 10^{-10}\text{m}.$$

Cette longueur d'onde est de l'ordre de grandeur des rayons X.

Comme le montre l'exemple 1 la longueur d'onde de de Broglie des objets macroscopiques est négligeable (devant leurs dimensions caractéristiques). La mécanique classique suffit pour décrire

1. Fait remarquable, cette idée vint à L. de Broglie alors qu'il n'était confronté à l'interprétation d'aucun résultat expérimental.

2. Ayant postulé l'existence d'ondes de matière, la grande question pour de Broglie, est de savoir si de telles ondes ou leurs effets peuvent être détectés. Pour répondre à cette question, rappelons que la diffraction - aspect typique du comportement ondulatoire - commence à être observable lorsque la dimension caractéristique a du système physique (la taille des obstacles qui diffusent les ondes, la largeur de la fente dans une expérience de diffraction) est plus petite ou du même ordre de grandeur que la longueur d'onde de l'onde incidente, soit lorsque $a \sim \lambda$. La limite inverse $\lambda \ll a$ correspond au domaine de l'optique géométrique où les ondes se comportent comme des rayons se propageant en ligne droite.

ces objets. Au contraire celle des objets microscopiques est non négligeable. La mécanique classique n'est plus valable pour décrire de tels objets. Il faut recourir à la théorie quantique. La longueur d'onde de de Broglie permet de fixer les limites de validité des domaines classiques et quantiques. La description classique reste justifiée dans la limite où la longueur d'onde de de Broglie est négligeable par rapport aux dimensions caractéristiques de l'objet. La continuité entre les deux domaines est régie par le principe de Bohr³. Selon ce principe, la description classique à l'échelle ordinaire fait place à la description quantique à l'échelle microscopique (c-à-d atomique ou subatomique) caractérisée par la constante de Planck.

Principe de correspondance de Bohr

Les prédictions de la théorie quantique relativement à un système physique doivent reproduire les prédictions de la théorie classique dans la limite où le nombre quantique décrivant l'état du système est grand.

Applications

1. Montrez que la longueur d'onde de de Broglie d'une particule de charge e , de masse au repos m_0 , et se déplaçant à une vitesse relativiste v est donnée, en fonction du potentiel d'accélération U , par la formule :

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_0eU} \left(1 + \frac{eU}{2m_0c^2}\right)^{1/2}}$$

Montrez que cette longueur d'onde, relativiste, redonne la formule $\lambda = h/mv$ dans la limite non-relativiste

2. Calculer la longueur d'onde de De Broglie associée à :
 - (a) une balle de fusil de masse $1g$ et de vitesse $500m/s$.
 - (b) une bille de $0,01Kg$ ayant une vitesse de $10m/s$.
 - (c) un électron accéléré sous une ddp $U = 100V$.

Examiner dans chaque cas l'opportunité d'appliquer ou non la mécanique quantique au système.

3. Quelle est l'énergie minimum d'un photon nécessaire pour observer un objet dont la taille est de $2,5 \text{ \AA}$? même question quand il s'agit des électrons à la place des photons.

2.2 Vérification expérimentale des ondes de matières

Les hypothèses d'ondes de matière de de Broglie furent vérifiées expérimentalement en 1927 par Davisson et Germer⁴. Ceux-ci observèrent la diffraction d'un faisceau d'électrons monochromatiques par un cristal de Nickel.

3. La théorie classique explique, en effet, de nombreux phénomènes. Ses difficultés apparaissent lorsqu'on essaie de l'appliquer aux phénomènes microscopiques pour lesquels le caractère discontinu est essentiel. On peut donc dire que la théorie classique est correcte "macroscopiquement" c'est-à-dire qu'elle explique correctement les phénomènes dans la limite où les discontinuités quantiques (des sauts de niveau atomique, par exemple) peuvent être considérées comme infiniment petites. Pour tous les phénomènes et dans cette limite, les prédictions de la théorie quantique doivent coïncider avec celles de la théorie classique. Cette condition impose une condition très restrictive sur la théorie quantique!

4. Sur l'exemple 2 du paragraphe précédent, nous avons vu que la longueur d'onde de l'électron est de l'ordre de grandeur de la longueur d'onde des rayons X. Cette longueur d'onde est approximativement la distance séparant les plans d'atomes dans un cristal. Ce qui explique la diffraction des rayons X par les cristaux. On peut donc tenter de vérifier l'hypothèse de de Broglie en utilisant un cristal pour diffracter les ondes matérielles des électrons. L'expérience fut réalisée par Davisson et Germer en 1927

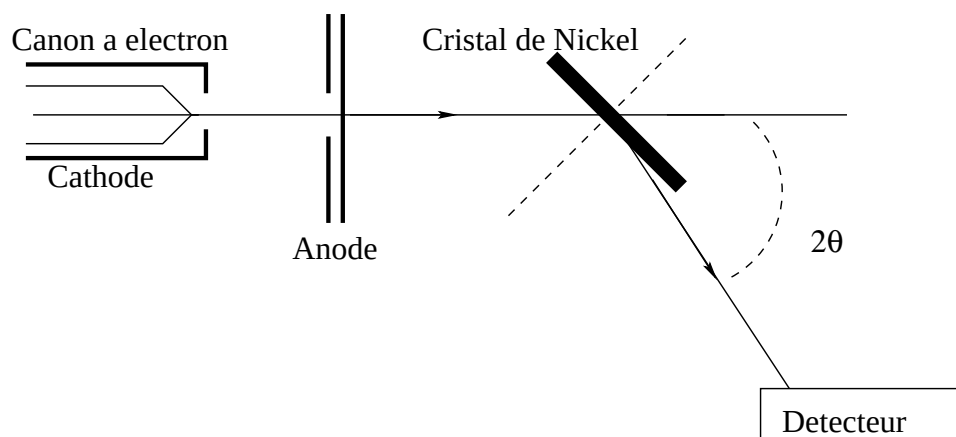
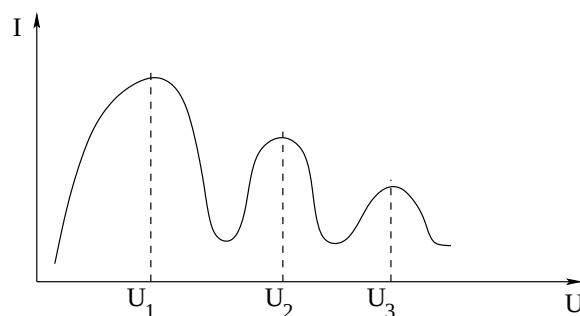


FIGURE 2.1 – Montage pour étudier la diffraction des électrons par un réseau cristallin.

FIGURE 2.2 – Courbe de l'intensité du courant en fonction de la tension à θ fixé.

On sait (voir cours de cristallographie PHY 308), en effet que lorsqu'on envoie un faisceau de rayons X de longueur d'onde λ sur un cristal de distance inter-réticulaire d (distance entre deux plans successifs) d'atomes, il ne se produit de diffraction que si l'angle d'incidence θ , lié à l'angle φ par $\theta = \pi/2 - \varphi$, vérifie la loi de Bragg

$$2d \sin \theta = n\lambda, \quad n = 1, 2, \dots \quad (2.4)$$

Faits expérimentaux

L'expérience de Davisson et Germer consiste à envoyer sur un mono-cristal de Nickel, un faisceau d'électrons mono-cinétiques (voir figure 2.1). Les électrons proviennent d'un canon à électrons. Ils sont émis d'une cathode C , qui est un filament porté à très haute température, et sont ensuite accélérés vers une anode A . La différence de potentielle entre l'anode et la cathode est $U = V_A - V_C$. On suppose qu'à la sortie du canon les électrons ont tous la même énergie cinétique $E_C = eU$. Au delà du cristal, les électrons sont recueillis par un détecteur relié à un galvanomètre. On mesure le courant électrique détecté en fonction de l'angle θ . Pour un angle θ fixé la courbe de l'intensité en fonction de la tension présente des maxima (voir figure 2.2). Par exemple pour $\theta = 80^\circ$, le premier maximum est à $U = 8,5 \text{ Volt}$, le second est à $U = 33 \text{ Volt}$ et le troisième à $U = 75 \text{ Volt}$.

Interprétation

Le faisceau d'électrons, incident à un angle θ , pénètre les 2 ou 3 rangés d'atomes du cristal et est

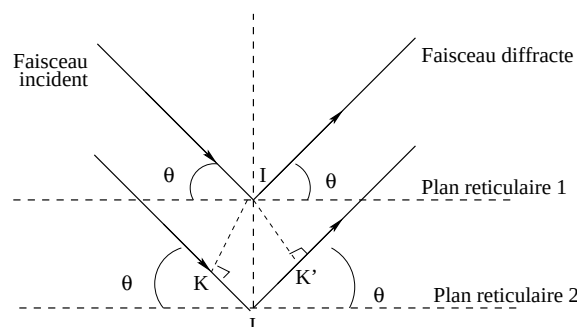


FIGURE 2.3 – Réflexion du faisceau incident d'électrons sur différents plans d'atomes.

réfléchi à un angle θ (voir figure 2.3). Le faisceau réfléchi, en supposant une nature ondulatoire à l'électron, aura une intensité maximale lorsque la relation de Bragg sera vérifiée. On peut, à l'aide de cette relation et de l'équation fondamentale de de Broglie déduire une relation entre l'énergie des électrons et l'angle de réflexion maximale. En effet

$$2d \sin \theta = n\lambda = n \frac{h}{\sqrt{2emU}} \quad , \quad \text{soit} \quad \sqrt{U} \sin \theta = n \frac{h}{2d\sqrt{2em}} = \frac{6,12n}{d(\text{\AA})} \quad .$$

Comme dans le cas du Nickel, $d = 2,15\text{\AA}$, on a : $\sqrt{U} \sin \theta = 2,844n$. Pour $\theta = 80^\circ$ on a, $U = 8,33\text{Volts}$ pour $n = 1$, $U = 33,36\text{Volts}$ pour $n = 2$ et $U = 75,058\text{Volts}$ pour $n = 3$.

La concordance avec les résultats expérimentaux est excellente. Ce qui confirme la nature ondulatoire des électrons et donc l'hypothèse de de Broglie.

En 1946, on a pu observer des phénomènes de diffraction analogues avec les neutrons, produits dans des réacteurs nucléaires. Des expériences d'interférences obtenues avec des électrons ont été réalisées pour la première fois en 1954 par G. Möllenstedt, à l'aide de microscope électronique.

Ces expériences et d'autres plus récentes constituent la preuve que les phénomènes habituellement associés aux ondes pouvaient également se produire avec des particules matérielles, vérifiant ainsi l'hypothèse de de Broglie.

Exercices d'application

1. Un faisceau de neutrons de $0,083\text{eV}$ est diffusé par un échantillon inconnu et le pic de réflexion de Bragg est observé à 22° . Quelle est la distance inter-réticulaire de l'échantillon ? On donne $m_n c^2 = 939\text{MeV}$, $m_n = 1,67 \times 10^{-27}\text{Kg}$.
1. On utilise un grand monocristal pour extraire d'un faisceau de neutrons ceux qui correspondent à une énergie cinétique donnée. Si la distance interréticulaire est $d = 1,1\text{\AA}$, quelle sera l'énergie des neutrons sélectionnés si l'on règle le dispositif pour un angle de Bragg de 30° (on se bornera à la figure du premier ordre) ? On donne $hc = 12,40 \times 10^3\text{eV \AA}$, $m_n c^2 = 939\text{MeV}$
2. La séparation minimale entre les plans d'atomes d'un cristal de NaCl est de $a = 31,4\text{nm}$. Calculez les angles, pour la diffraction de Bragg du premier ordre, correspondant à des électrons d'énergie cinétique $T = 40\text{keV}$ et à des photons d'énergie $E = 40\text{keV}$.

2.3 Dualité et interprétation de la fonction d'onde

L'hypothèse de de Broglie, confirmée par les expériences de Davisson et Germer démontrent que les électrons, ainsi que toute autre particule matérielle, ont un comportement ondulatoire.

Il ressort donc des expériences décrites jusqu'alors dans ce cours, qu'on ne peut d'une part, considérer la radiation électromagnétique comme un pur phénomène ondulatoire, et que d'autre part, des particules matérielles peuvent dans certaines conditions avoir un comportement ondulatoire.

Cependant nous savons que les concepts de **particule** et d'**onde** sont totalement opposés. Une particule est une *quantité de matière avec une certaine extension spatiale bien définie*, alors qu'une onde peut être *complètement délocalisée et remplir tout l'espace*. Et, bien qu'une particule peut se comporter comme une onde, il est impossible d'additionner ou de soustraire des particules comme on le fait avec des ondes.

En analysant l'expérience bien connue des fentes d'Young, nous verrons qu'une interprétation complète des phénomènes ne peut être obtenue qu'en conservant à la fois les deux aspects ondulatoire et corpusculaire. De cette dualité onde-matière, nous allons déduire la notion de fonction d'onde et son interprétation probabiliste.

Expérience des fentes d'Young

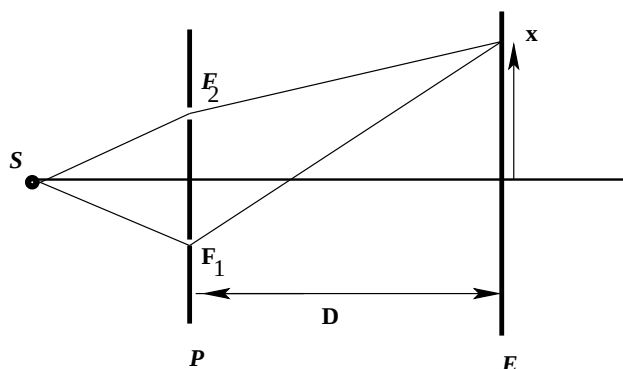


FIGURE 2.4 – Dispositif expérimental des fentes de Young

Nous allons analyser l'expérience des fentes d'Young en considérant les deux aspects, ondulatoire et corpusculaire de la lumière. Le dispositif expérimental est constitué d'une source primaire ponctuelle S émettant une lumière monochromatique qui tombe sur un système de deux fentes fines percées dans une plaque $\mathcal{P}$ (voir figure 2.4). Les deux fentes se comportent comme deux sources secondaires F_1 et F_2 émettant des ondes monochromatiques. Le plan d'observation $\mathcal{E}$ est situé à la distance D du plan $\mathcal{P}$ des sources F_1 et F_2 .

Observations

- (i) Si l'on obstrue F_2 , on obtient sur l'écran $\mathcal{E}$ une répartition d'intensité lumineuse $I_1(x)$, qui est la tache de diffraction de F_1 ;
- (ii) de même, lorsque F_1 est bouché, la tache de diffraction de F_2 est décrite par $I_2(x)$

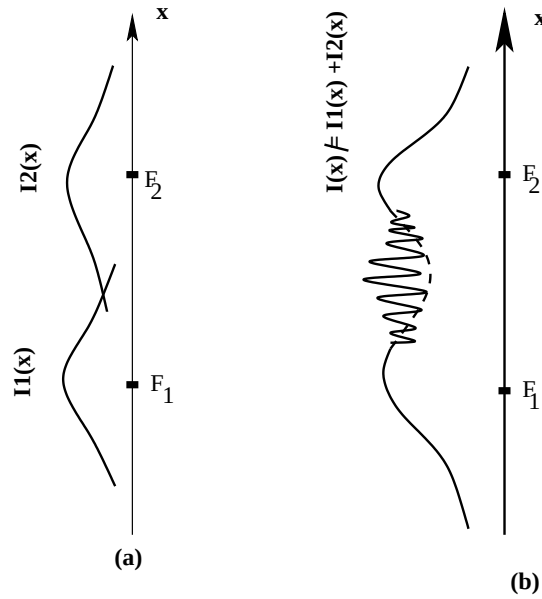


FIGURE 2.5 –

(figure 2.5 (a)).

- (iii) Quand les deux fentes F_1 et F_2 sont ouvertes à la fois, on observe sur l'écran un système de franges d'interférence alternativement obscures et brillantes (figure 2.5 (b)). On constate que l'intensité $I(x)$ correspondante n'est pas la somme des intensités produites par F_1 et F_2 séparément :

$$I(x) \neq I_1(x) + I_2(x).$$

Interpretation du point de vue ondulatoire

Dans le plan d'observation $\mathcal{E}$, l'éclairement moyen E est proportionnel à l'intensité I c'est-à-dire à la valeur moyenne dans le temps du carré du module de la fonction d'onde ψ :

$$I = \langle \psi \bar{\psi} \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T \psi \bar{\psi} dt.$$

La fonction d'onde ψ résulte de la superposition en tout point P du plan $\mathcal{E}$ des ondes ψ_1 et ψ_2 issus de F_1 et F_2 , on a :

$$\psi = \psi_1 + \psi_2.$$

Par conséquent,

$$\begin{aligned} I &= \langle \psi \bar{\psi} \rangle_t = \langle (\psi_1 + \psi_2)(\bar{\psi}_1 + \bar{\psi}_2) \rangle \\ &= \langle \psi_1 \bar{\psi}_1 \rangle_t + \langle \psi_2 \bar{\psi}_2 \rangle_t + 2 \langle \text{Re} \psi_1 \bar{\psi}_2 \rangle_t. \end{aligned}$$

On a :

$$\psi_1 = A_1 \exp[-i(\omega t - \phi_1)], \quad \psi_2 = A_2 \exp[-i(\omega t - \phi_2)].$$

Alors, comme $I_1 \equiv A_1^2$ et $I_2 \equiv A_2^2$, on a :

$$I = I_1 + I_2 + 2(I_1 I_2)^{\frac{1}{2}} \cos \phi,$$

avec $\phi = \phi_1 - \phi_2$ la différence de phase des deux ondes. Ainsi, l'intensité de l'onde résultant de la superposition des deux ondes issues de F_1 et F_2 n'est pas la somme des intensités. Le troisième terme, appelé **terme d'interférence**, montre que, pour $I_1 = I_2$, on obtient des franges obscures si les ondes sont en opposition de phase ($\phi = (2n+1)\pi$, $n = 0, 1, 2, \dots$) et des franges brillantes pour des ondes en phase ($\phi = 2n\pi$, $n = 0, 1, 2, \dots$). Ce qui explique l'observation des raies alternativement obscures et brillantes.

La théorie ondulatoire explique donc très bien la figure d'interférence observée. *Selon cette théorie, si l'on diminue l'intensité de la source $\mathcal{S}$, les franges vont diminuer elles aussi d'intensité mais persister.*

Point de vue corpusculaire

L'explication des faits du point de vue corpusculaire est la suivante :

1. L'existence d'une tache de diffraction, lorsque'une seule des fentes est ouverte, peut s'expliquer par l'influence des chocs sur les bords de la fente.
2. Le phénomène d'interférence observé lorsque les deux fentes sont ouvertes peut être expliqué par une interaction des photons qui passent par les fentes F_1 et F_2 .

Selon cette interprétation, si l'on diminue l'intensité de la source $\mathcal{S}$ (c'est-à-dire le nombre de photons émis par seconde) jusqu'à ce que les photons arrivent un par un sur la plaque $\mathcal{P}$ puis sur l'écran, l'interaction entre les photons doit diminuer et à la limite s'annuler : les franges d'interférences devraient donc disparaître.

Expérience des fentes de Young avec une lumière si faible que les photons sont émis un par un !

Que se passe-t-il en réalité, lorsque $\mathcal{S}$ émet les photons pratiquement un par un ? Si l'on recouvre l'écran $\mathcal{E}$ d'une plaque photographique, pendant une durée T , après développement, on observerait des points d'impacts discrets attribués aux photons pendant la durée de l'expérience. On pourrait s'attendre à voir dès les premiers instants un système de franges d'interférences de très faible contraste. Avec le temps ce contraste s'accentuerait. Les faits expérimentaux sont en réalité très différents :

- (i) Dans les premiers instants de l'expérience, des impacts nets apparaissent sur la plaque photo. Ils se répartissent de façon aléatoire dans le temps et paraissent disposés au hasard sur le film (figure 2.6 (a) et (b)).
- (ii) Au fur et à mesure que le temps s'écoule, les impacts s'accumulent, toujours de façon aléatoire, mais ils semblent être concentrés sur certaines régions privilégiées de la plaque photo (figure 2.6 (c) et (d)).
- (iii) Dans la limite des temps longs, les régions privilégiées se saturent d'impacts et font apparaître les systèmes de franges calculés classiquement (figure 2.6 (e)).

Des observations expérimentales, on peut déduire que :

- a. Chaque photon émis par la source $\mathcal{S}$ atteint l'écran à un moment donné et à un endroit précis.
- b. On ne peut prévoir à l'avance et de façon certaine le point d'impact des photons mais on peut faire une prédiction probabiliste : *un photon a une chance d'autant plus grande d'arriver en un point M que l'intensité lumineuse calculée classiquement en ce point $\langle \psi \bar{\psi} \rangle_t$ est importante.*

Des faits expérimentaux, on peut aussi faire les déductions suivantes sur les deux théories ondulatoire et corpusculaire :

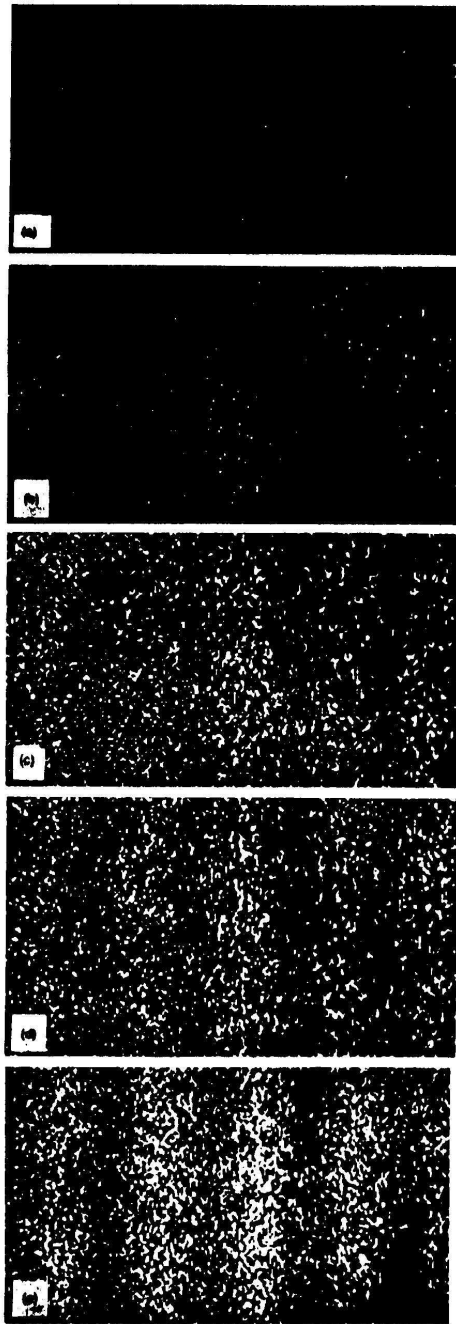


FIGURE 2.6 – Franges d'interférences par accumulation de photons un par un
(a) Nombre de photons = 10 ; (b) Nombre de photons = 100 ;
(c) Nombre de photons = 3000 ; (d) Nombre de photons = 20000 ;
et (e) Nombre de photons = 70000

- (i) *L'interprétation ondulatoire selon laquelle si la lumière est de faible intensité, on doit observer des franges d'interférences de faible contraste mais persistente est fausse.* En effet, si elle était vraie, lorsque les photons sont émis un par un, on devrait observer, même après un temps d'exposition très court, les franges d'interférences avec un faible contraste. Or ce n'est pas le cas.
- (ii) *L'interprétation corpusculaire selon laquelle les franges d'interférences sont dues à l'interaction des photons est incorrecte.* En effet, si elle était correcte, lorsque les photons sont émis un par un, il n'y a plus d'interaction et il devrait plus y avoir de franges même après un temps très long d'exposition. Or on observe bien des franges après un temps d'exposition suffisamment long.
- (iii) Ni la théorie corpusculaire, ni la théorie ondulatoire ne suffit à elle seule pour expliquer tous les phénomènes. L'opposition des concepts d'onde (objet délocalisé pouvant emplir tout l'espace) et de particule (objet ayant une certaine extension spatiale parfaitement localisée), semble ne plus être valable dans le domaine atomique ou subatomique abordé en mécanique quantique. Dans ce domaine les concepts sont plutôt complémentaires.

L'expérience des fentes d'Young a pu être réalisée avec des électrons, les observations sont identiques à celles obtenues avec la lumière. Des observations et déductions ci dessus nous pouvons tirer les conclusions et formuler les hypothèses suivantes :

1. Il faut renoncer à la notion de trajectoire de photons (ou de toute particule matérielle relevant du domaine quantique) qui n'a plus de sens⁵.
2. A chaque particule est associée une onde $\psi(\vec{r}, t)$.
3. L'interprétation formulée par Max Born de cette fonction d'onde $\psi(\vec{r}, t)$ a une signification probabiliste : dans un volume élémentaire dv entourant le point $\vec{r}$; la probabilité de trouver la particule à l'instant t est :

$$dP = \psi(\vec{r}, t)\bar{\psi}(\vec{r}, t)dv;$$

La quantité $\psi\bar{\psi}$ représente la densité de probabilité de présence d'une particule dans le volume élémentaire dv entourant le point considéré $\vec{r}$ de l'espace. Comme la particule est forcément quelque part dans l'espace, on a :

$$\iiint_{Espace} \psi(\vec{r}, t)\bar{\psi}(\vec{r}, t)dv = 1$$

Mathématiquement, cette interprétation suppose que la fonction $\psi(\vec{r}, t)$ satisfait aux propriétés de continuité et de dérivabilité. Ainsi on écrira, à la frontière de deux régions, pour ψ ne dépendant que d'une seule variable spatiale x .

$$\{\psi\}_{x=a^-} = \{\psi\}_{x=a^+} \quad \text{et} \quad \left\{ \frac{\partial \psi}{\partial x} \right\}_{x=a^-} = \left\{ \frac{\partial \psi}{\partial x} \right\}_{x=a^+}.$$

2.4 Conclusion

En conclusion de ce chapitre, retenons les points suivants :

1. A toute particule en mouvement, on doit associer une onde $\psi(\vec{r}, t)$ dont la longueur d'onde λ est reliée à sa quantité de mouvement p par la relation $\lambda = h/p$.
2. La fonction d'onde ψ a une signification probabiliste : la quantité $\psi\bar{\psi}dv$ représente la probabilité de présence de la particule dans l'élément de volume dv .

5. Le photon étant une particule, la théorie corpusculaire veut qu'il lui soit associé une trajectoire. Or si c'était le cas, cela signifie qu'à chaque instant on connaîtrait la position et la vitesse des photons. Connaissant les conditions initiales, on devrait être en mesure de prédire et avec certitude le point d'impact du photon sur l'écran. Ce qui est contraire aux caractères aléatoires des impacts sur l'écran