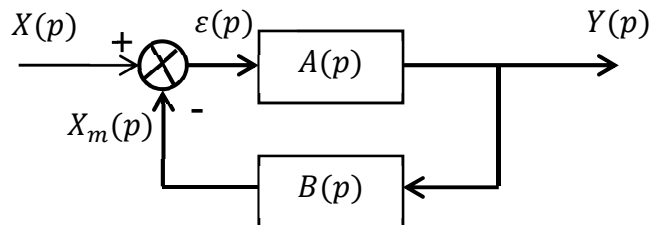


Précision des systèmes asservis

Introduction :

Un système est précis si la sortie suit l'entrée en toutes circonstances. Considérons un système modélisé par le schéma bloc :



Erreurs d'un système asservi :

Soit $\varepsilon(p) = X(p) - X_m(p)$: plus cet écart est petit, plus le système est précis.

L'analyse du schéma bloc défini ci-dessus donne :

$$Y(p) = \frac{A(p)X(p)}{1 + A(p)B(p)}$$

$$X_m(p) = B(p)Y(p)$$

$$\varepsilon(p) = X(p) - X_m(p) = X(p) - B(p)Y(p) = \frac{X(p)}{1 + A(p)B(p)}$$

Soit finalement : $\varepsilon(p) = \frac{X(p)}{1 + A(p)B(p)}$

L'erreur en régime permanent est :

$$\varepsilon(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = \lim_{p \rightarrow 0} pE(p) = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{pX(p)}{1 + A(p)B(p)}$$

Or $FTBO(p) = A(p)B(p) \rightarrow \varepsilon(\infty) = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{pX(p)}{1 + FTBO(p)}$

L'objectif de cette étude est de déterminer l'erreur en régime permanent dans le cas où $x(t)$ prend la forme de :

- Echelon (erreur indicielle, erreur statique, erreur de position)
- Rampe (erreur de trainage, erreur de vitesse, erreur de poursuite)
- Parabole (erreur d'accélération)

2.1. Erreur statique : $x(t) = au(t)$

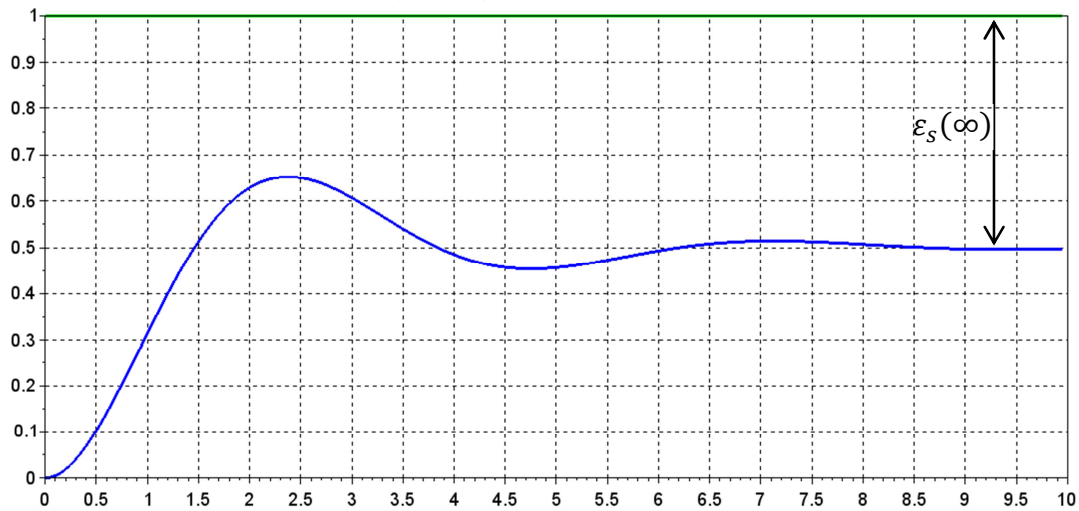
$$X(p) = \frac{a}{p} \Rightarrow \varepsilon_s(\infty) = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{a}{1 + FTBO(p)}$$

La figure suivante présente l'erreur statique lors d'une réponse indicielle unitaire d'un système dont sa fonction de transfert est donnée par :



$$H(p) = \frac{1}{1+p+p^2}$$

Dans ce cas, $\varepsilon_s(\infty) = 0,5$, $\varepsilon_s(\%) = 100 \left(\frac{a-y(\infty)}{a} \right) = 50\%$

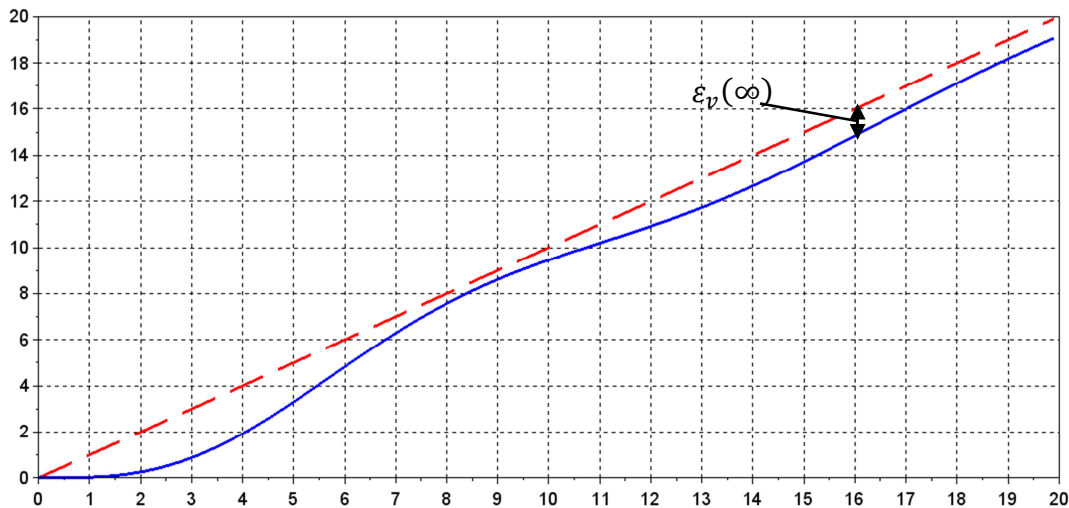


2.2. Erreur de vitesse : $x(t) = atu(t)$

$$X(p) = \frac{a}{p^2} \Rightarrow \varepsilon(\infty) = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{a}{p(1 + FTBO(p))}$$

La figure suivante présente l'erreur de vitesse lors d'une réponse à une rampe de pente 1 d'un système de fonction de transfert donnée par :

$$H(p) = \frac{1}{p(1 + 3p + p^2)}$$



2.3. Erreur d'accélération : $x(t) = at^2u(t)$

$$X(p) = \frac{2a}{p^3} \Rightarrow \varepsilon(\infty) = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{2a}{p^2(1 + FTBO(p))}$$

2.4. Erreur en fonction de la classe du système

L'erreur peut être calculée à partir de la classe du système en boucle ouverte. En effet, la FTBO(p) peut se mettre sous la forme suivante :

$$FTBO(p) = \frac{K_{bo}}{p^\alpha} \times \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + 1}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + 1}$$

Avec :

- K_{bo} : Gain de la FTBO
- α : Classe du système

Exemple :

Soient les fonctions de transfert en boucles ouvertes de deux systèmes différents. Déterminer la classe de chaque système.

- $FTBO(p) = \frac{1}{1+p+p^2} \rightarrow$ Système de classe 0 (Le diagramme de bode présente une asymptote horizontale pour les faibles fréquences)
- $FTBO(p) = \frac{1}{p(1+p+p^2)} \rightarrow$ Système de classe 1 (Le diagramme de bode présente une asymptote de pente -20dB/décade pour les faibles fréquences)

Il est à noter que la FTBO(p) est équivalente au voisinage de zéro à :

$$FTBO(p) \approx \frac{K_{bo}}{p^\alpha}$$

Le tableau suivant résume, en fonction de la classe du système, les erreurs : statique, de vitesse et d'accélération.

	$\alpha = 0$	$\alpha = 1$	$\alpha = 2$
Erreur statique	$\frac{a}{1 + K_{bo}}$	0	0
Erreur de vitesse	$+\infty$	$\frac{a}{K_{bo}}$	0
Erreur d'accélération	$+\infty$	$+\infty$	$\frac{2a}{K_{bo}}$

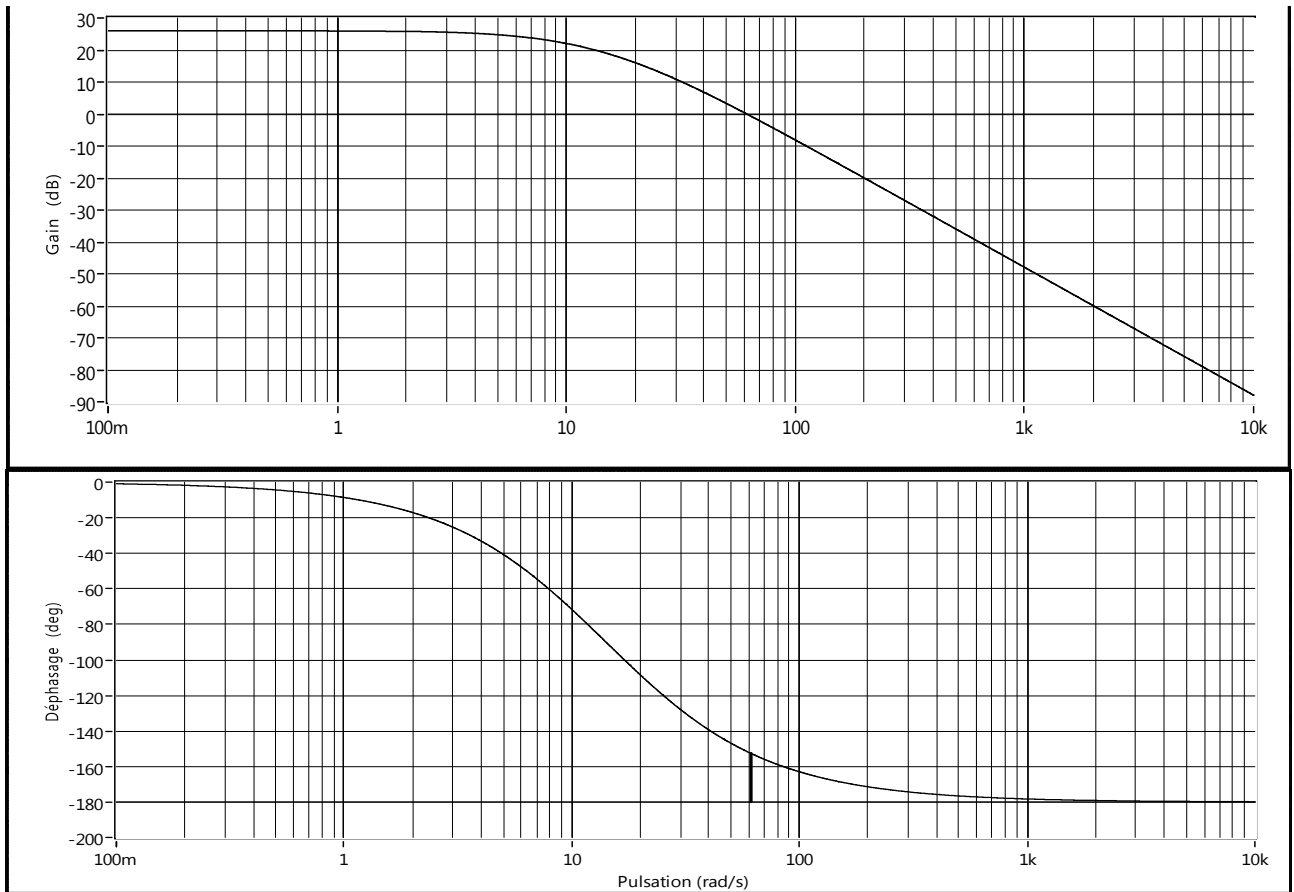
Exercices :

Exercice1 :

On donne ci-dessous les tracés réels pour 2 fonctions de transfert en boucle ouverte à retour unitaire. On demande d'étudier la précision du système en boucle fermée graphiquement et analytiquement.

$$H(p) = \frac{20}{(1 + 0,1p)(1 + 0,05p)}$$





$$H(p) = \frac{5}{p(1 + 0.01p)}$$

