

EXAMEN DE RATTRAPAGE DU SEMESTRE HARMATTAN 1
EPREUVE : MTH2121
DURÉE : 2H30

Exercice 1

Trouver l'équation caractéristique, les courbes caractéristiques et obtenir la forme canonique et la solution générale des équations

1. $2u_{xx} - 4u_{xy} + 2u_{yy} + 3u = 0$,
2. $4u_{xx} + 5u_{xy} + u_{yy} + u_x + u_y = 2$.

Exercice 2

1. Par la méthode des caractéristiques résoudre l'équation $\frac{\partial u}{\partial t} + 2u \frac{\partial u}{\partial x} = 0$,

$$\text{avec } u(x, 0) = f(x) = \begin{cases} 1, & x < 0, \\ \frac{1}{2} + \frac{1}{2}x, & 0 < x < l \\ 2, & x > l \end{cases}$$

2. On considère l'équation $\frac{\partial u(x, t)}{\partial t} = \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2}$ dans laquelle $u(x, t)$ est définie sur $[0, \pi] \times [0, +\infty[$ et de classe C^2 . On suppose que $u(x, t)$ vérifie les conditions aux limites $u(0, t) = u_x(\pi, t) = 0$ et la condition initiale $u(x, 0) = x$. En utilisant la méthode de séparation des variables déterminer dans ces conditions la solution $u(x, t)$.

Exercice 3

Résoudre par la méthode de Laplace, l'équation suivante

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 4u \\ u(0, t) = u(\pi, t) = 0 \\ u(x, 0) = 6 \sin x - 4 \sin 2x. \end{cases}$$